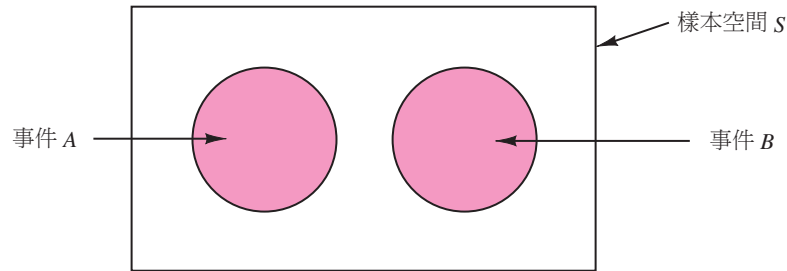


圖 4.7 互斥事件

**互斥事件**

兩事件互斥，表示兩事件沒有共同的樣本點。

若事件 A 和 B 互斥，表示當一事件發生時，另一事件必不發生。事件 A 和 B 互斥的必要條件是其交集是空集合，也就是它們的交集中不含樣本點。圖 4.7 的范氏圖表示兩互斥事件 A 與 B 。在這種情況下，可知 $P(A \cap B) = 0$ ，加法律可表達如下。

互斥事件的加法律

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

習題**方法**

22. 假設一樣本空間有五個實驗結果 E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 ，每一實驗結果出現的可能性皆相等。令

$$A = \{E_1, E_2\}$$

$$B = \{E_3, E_4\}$$

$$C = \{E_2, E_3, E_5\}$$

- 求 $P(A)$, $P(B)$ 和 $P(C)$ 。
- 求 $P(A \cup B)$ ，請問 A 和 B 是否互斥？
- 求 A^c , C^c , $P(A^c)$ 和 $P(C^c)$ 。
- 求 $A \cup B^c$ 及 $P(A \cup B^c)$ 。
- 求 $P(B \cup C)$ 。

23. 假設一樣本空間 $S = \{E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6, E_7\}$ ，其中 E_1, E_2, \dots, E_7 是樣本點且機率指派如下： $P(E_1) = 0.05$, $P(E_2) = 0.20$, $P(E_3) = 0.20$, $P(E_4) = 0.25$, $P(E_5) = 0.15$, $P(E_6) = 0.10$, $P(E_7) = 0.05$ 。令

SELF test

$$A = \{E_1, E_4, E_6\}$$

$$B = \{E_2, E_4, E_7\}$$

$$C = \{E_2, E_3, E_5, E_7\}$$

- 求 $P(A)$, $P(B)$ 和 $P(C)$ 。
- 求 $A \cup B$ 及 $P(A \cup B)$ 。
- 求 $A \cap B$ 及 $P(A \cap B)$ 。
- 事件 A 和 C 是否互斥？
- 求 B^c 及 $P(B^c)$ 。

應用

24. Clarkson 大學對校友進行調查，以瞭解畢業校友對母校的觀感。調查中問到校友對母校的整體印象是不如預期、符合預期或超乎預期。調查結果顯示，4% 的受訪者沒有回答，26% 回答不如預期，65% 為符合預期 (*Clarkson Magazine*, Summer 2001)。

- 如果隨機選擇一位校友，回答超乎預期的機率為何？
- 如果隨機選擇一位校友，回答符合預期或是超乎預期的機率為何？

25. 美國人口普查局提供了 18-24 歲的年輕成人與父母同住的相關資料。* 令

M = 與父母同住的成年男性的事件

F = 與父母同住的成年女性的事件

假定我們隨機選取一位年輕成年男性及一位年輕成年女性，人口普查局資料顯示 $P(M) = 0.56$ 和 $P(F) = 0.42$ (*The World Almanac*, 2006)。兩者均與父母同住的機率是 0.24。

- 兩位被選中的年輕成人中，至少一位與父母同住的機率是多少？
- 兩位被選中的年輕成人中，皆未與父母同住的機率是多少？

26. 30 支最大的股票基金提供至 2000 年 3 月 31 日為止的一年期及五年期投資報酬率 (*The Wall Street Journal*, April 10, 2000)。假定我們認為一年期報酬率超過 50% 且五年期報酬率超過 300%，可視為高報酬。有 9 支基金的一年期報酬率超過 50%，7 支基金的五年期報酬率超過 300%，有 5 支基金的一年期報酬率超過 50% 且五年期報酬率超過 300%。

- 一年期報酬率屬於高報酬的機率為何？五年期報酬率屬於高報酬的機率為何？
- 一年期的報酬率超過 50% 且五年期報酬率超過 300% 的機率為何？
- 一年期及五年期報酬率都不是高報酬的機率為何？

27. 2001 年 NCAA 的一項季前預測，請受訪者回答「你認為今年的決賽隊伍是 Big Ten 聯盟的隊伍或是 Pac-10 聯盟的隊伍？」共計 13,429 位受訪者中，有 2961 人看好決賽隊伍出自 Big Ten，4494 人則認為是 Pac-10，另外有 6823 位受訪者

* 資料中亦包含住在大學宿舍者，假定這些年輕人在放假時離開宿舍，回到父母家。

SELF test

認為兩個聯盟都沒有希望 (www.yahoo.com, August 30, 2001)。

- a. 請問受訪者回答「兩個聯盟都沒有希望」的機率為何？
 - b. 受訪者認為決賽隊伍出自 Big Ten 或是 Pac-10 其中之一的機率為何？
 - c. 受訪者認為決賽隊伍分別出自 Big Ten 與 Pac-10 的機率為何？
28. 一針對某雜誌訂戶所做的調查顯示，過去 12 個月中，45.8% 的訂戶因業務上的理由而租車，54% 的訂戶因個人理由而租車，30% 的訂戶兩者皆有。試問：
- a. 因業務或個人理由而租車的機率為何？
 - b. 並沒有因為業務或個人理由租車的機率為何？
29. 每年都有許多優秀的高中應屆畢業生申請頂尖大學，由於申請入學的學生人數很穩定，所以某些學校會拒絕提早入學的申請。以賓州大學為例，他們收到 2851 份提早入學的申請，其中有 1033 位申請者被接受，854 位被拒絕，964 位則被延期至正規入學時再審核。申請提早入學未被許可，但將申請資格保留到正常申請程序再予考慮的申請者中，過去，賓州大學約同意其中的 18% 取得入學資格。若將提早入學及在正常入學程序中取得入學資料的申請者都計算在內，共有 2375 人。(USA Today, January 24, 2001)。令 E, R, D 分別表示提早申請入學中被接受、被拒絕或被延期至正規入學時再審核的事件。
- a. 試以上述資料估計 $P(E), P(R)$ 和 $P(D)$ 。
 - b. 事件 E 與 D 是否互斥？試求出 $P(E \cap D)$ 。
 - c. 由 2375 位取得入學許可的新生中隨機選取一位，他是提早申請入學的機率為何？
 - d. 假定有位學生申請提早入學，請問他被接受或是在正規許可程序時才被接受入學的機率為何？



4.4 條件機率

某一事件發生的機率常受其他相關事件是否發生所影響。假設事件 A 發生的機率為 $P(A)$ ，如果取得某些新訊息，得知相關事件 B 已發生，我們想利用此一資訊重新計算事件 A 發生的機率。這個事件 A 的新機率稱為**條件機率 (conditional probability)** 記作 $P(A | B)$ 。「 $|$ 」此一符號表示在給定事件 B 發生的情況下求事件 A 發生的機率。因此符號 $P(A | B)$ 讀作「已知 B 發生時， A 發生的機率」。

茲舉一例說明條件機率。美國某大都市警察局的人事升遷狀況如表 4.4 所示。警官總人數為 1200 人，男性 960 人，女性 240 人。過去兩年中，有 324 人升遷，

表 4.4 過去兩年警官升遷的狀況

| | 男性 | 女性 | 總和 |
|-----|-----|-----|------|
| 升遷 | 288 | 36 | 324 |
| 未升遷 | 672 | 204 | 876 |
| 總和 | 960 | 240 | 1200 |